

Assimilation de données en volcanologie: vers une prédiction quasi temps réel des éruptions volcaniques

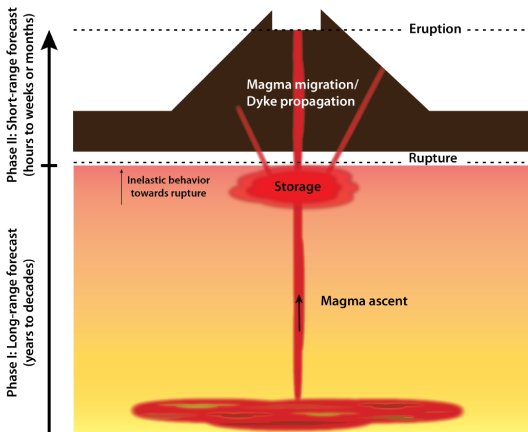
Yajing Yan (LISTIC)

Virginie Pinel (ISTerre), Mary Grace Bato (JPL), Léa Zuccali (LISTIC)

26 mai, 2026

Contexte et problématique

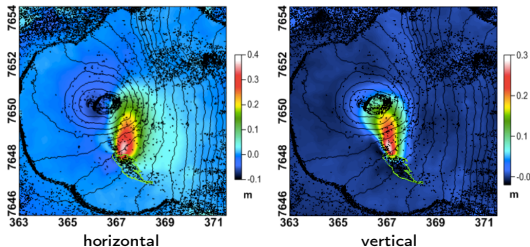
Prédiction des éruptions volcaniques fissurales:



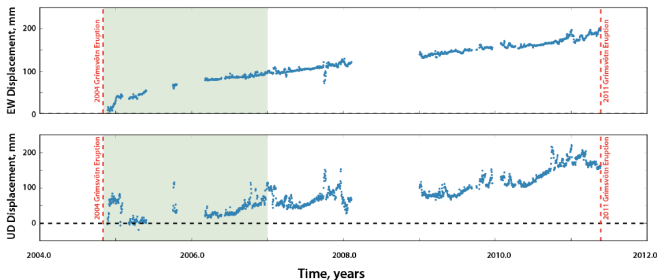
Bato 2018

Données: mesures de déplacement de surface

✎ Interférométrie SAR (Piton de la Fournaise)



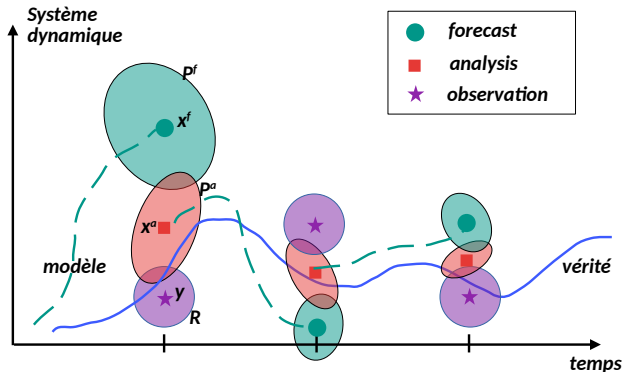
✎ GNSS (Grímsvötn, Islande)



Assimilation de données: principe

Principe:

Combiner un modèle physique dynamique et les données du présent (et dans le passé) pour prédire l'état futur du système, en s'appuyant sur les statistiques des incertitudes.



Assimilation de données: éléments indispensables

- Modèle dynamique:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathcal{M}_n(\mathbf{x}_n) + \mathbf{q}_n$$

$\mathbf{x}$: vecteur d'état, n , instant temporel, $\mathcal{M}$: opérateur modèle, $\mathbf{q}$: erreur modèle

- Condition initiale:

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0^t + \boldsymbol{\eta}$$

t : truth, 0: instant initial, $\boldsymbol{\eta}$: erreur condition initiale

- Observations:

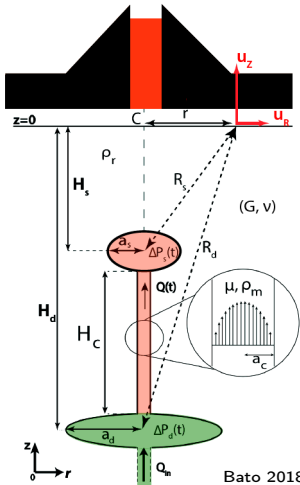
$$\mathbf{y}_n = H(\mathbf{x}_n) + \boldsymbol{\epsilon}_n$$

H : opérateur d'observation, $\boldsymbol{\epsilon}$: erreur observation

Indépendance des erreurs: $E[\mathbf{q}_n \boldsymbol{\eta}_m] = 0$ $E[\boldsymbol{\eta}_n \boldsymbol{\epsilon}_m] = 0$ $E[\mathbf{q}_n \boldsymbol{\epsilon}_m] = 0$
Covariance d'erreur connue: $E[\mathbf{q}_n \mathbf{q}_m^T] = \mathbf{Q}$ $E[\boldsymbol{\eta}_n \boldsymbol{\eta}_m^T] = \mathbf{P}^{ic}$ $E[\boldsymbol{\epsilon}_n \boldsymbol{\epsilon}_m^T] = \mathbf{R}$

**Prédiction de la surpression dans la
chambre magmatique**

Modèle dynamique



ρ : densité; μ : viscosité; G : rigidité; ν : coef. Poisson

Modèle physique (Reverso et al. 2014):

- demi-espace homogène, isotropique, élastique
- deux chambres connectées par un conduit hydraulique
- chambre profonde alimentée par un flux magmatique Q_{in}

→ évolutions des surpressions dans les deux chambres magmatiques

Modèle dynamique

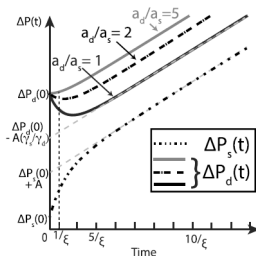
- Évolution de la surpression dans la chambre superficielle, ΔP_s :

$$\frac{\partial P_s}{\partial t} \sim \frac{\Delta P_s(t_{n+1}) - \Delta P_s(t_n)}{t_{n+1} - t_n} = \frac{Ga_c^4}{8\mu H_c a_s^3} ((\rho_r - \rho_m)gH_c + \Delta P_d(t_n) - \Delta P_s(t_n))$$

- Évolution de la surpression dans la chambre profonde, ΔP_d :

$$\frac{\partial P_d}{\partial t} \sim \frac{\Delta P_d(t_{n+1}) - \Delta P_d(t_n)}{t_{n+1} - t_n} = \frac{G}{\pi a_d^3} Q_{in} - \frac{\gamma_s}{\gamma_d} \frac{a_s^3}{a_d^3} \frac{\Delta P_s(t_{n+1}) - \Delta P_s(t_n)}{t_{n+1} - t_n}$$

Q_{in} (flux magmatique) et a_d (rayon de la chambre profonde): paramètres incertains



$t = 0$ juste après une éruption

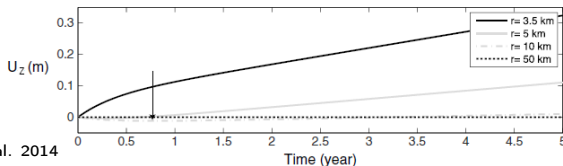
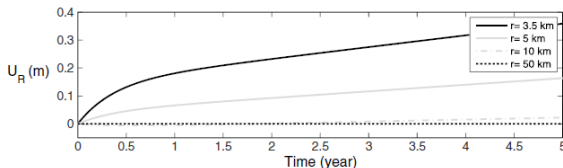
Reverso et al. 2014

Observations: mesures de déplacement de surface

- Déplacements radial (u_R) et vertical (u_z) issus de l'InSAR et du GNSS
- Relation entre les déplacements observés et les surpressions

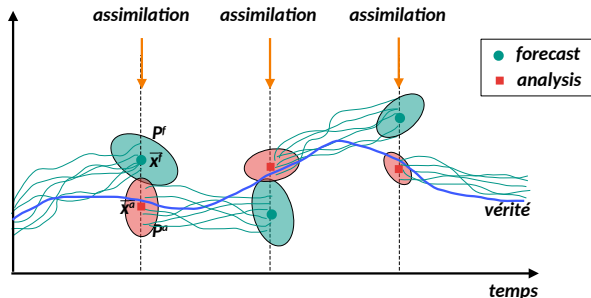
$$u_R(t) = \frac{1-\nu}{G} r (\alpha_s \frac{a_s^3}{R_s^3} \Delta P_s(t) + \alpha_d \frac{a_d^3}{R_d^3} \Delta P_d(t))$$

$$u_z(t) = \frac{1-\nu}{G} r (H_s \alpha_s \frac{a_s^3}{R_s^3} \Delta P_s(t) + H_d \alpha_d \frac{a_d^3}{R_d^3} \Delta P_d(t))$$



Reverso et al. 2014

Filtre de Kalman d'Ensemble (EnKF)



- Covariance Q empirique
- Optimal pour erreurs gaussiennes

Covariance d'erreur modèle:

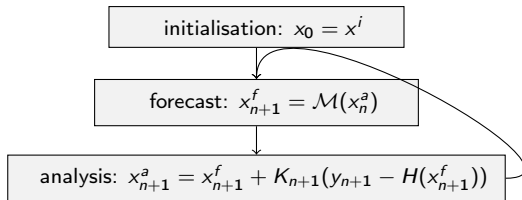
$$Q^f = (x^f - \bar{x}^f)(x^f - \bar{x}^f)^T$$

$$Q^a = (x^a - \bar{x}^a)(x^a - \bar{x}^a)^T$$

Kalman gain:

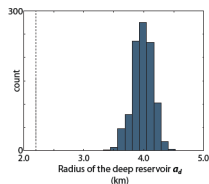
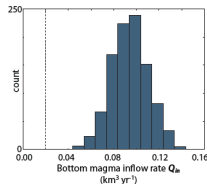
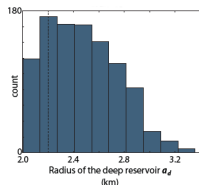
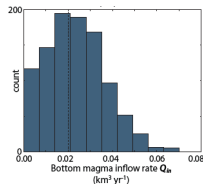
$$K = Q^f H^T (H Q^f H^T + R)^{-1}$$

H opérateur d'observation
 R covariance d'erreur des observations



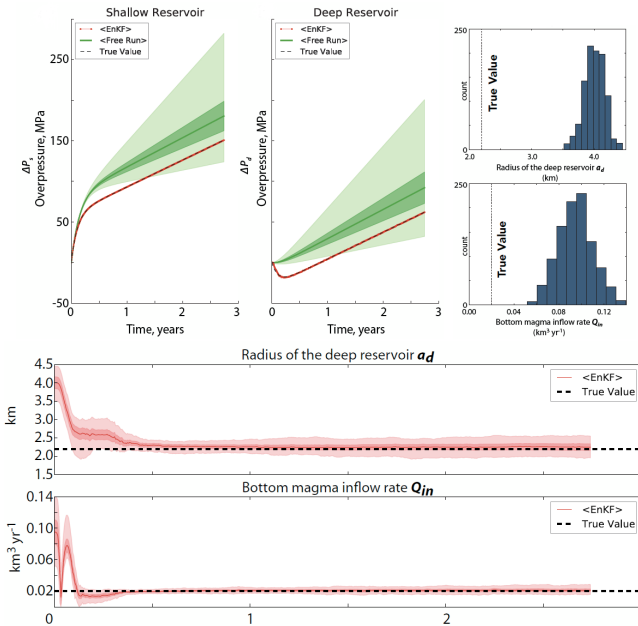
Paramètres d'assimilation

- Génération de l'ensemble (1000 membres)
à partir des paramètres incertains (Q_{in} , a_d)

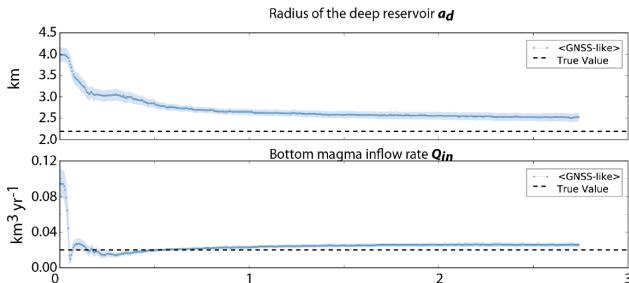
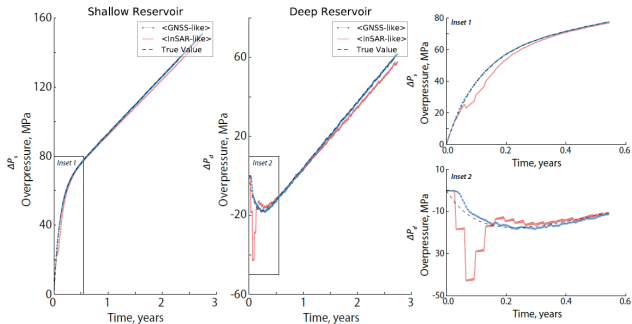


- Vecteur d'état [ΔP_s , ΔP_d , Q_{in} , a_d]
- Fenêtre d'assimilation: 2 jours
- Quantité d'observation:
 - ▶ GNSS: 10 - 80 (1 - 5 km par rapport au centre du système), disponibilité journalière
 - ▶ InSAR: 242 (grille 11×11), disponible tous les 6/12 jours

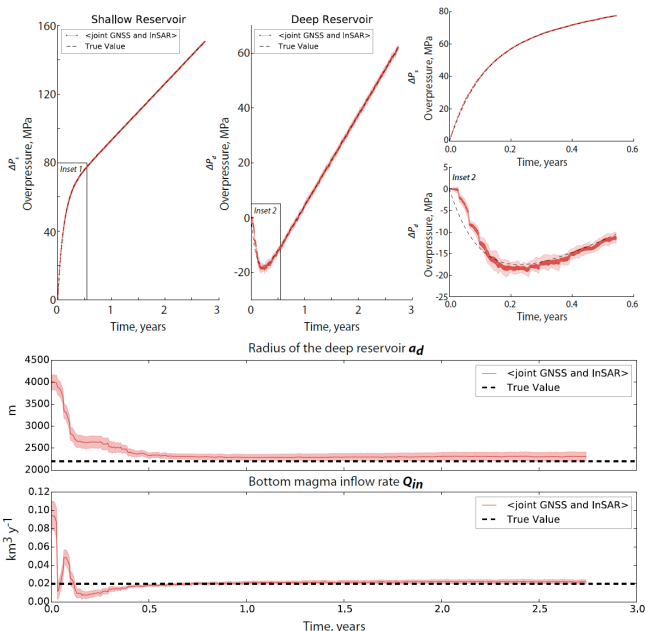
Simulation synthétique: 80 GNSS



Simulation synthétique: 10 GNSS / InSAR

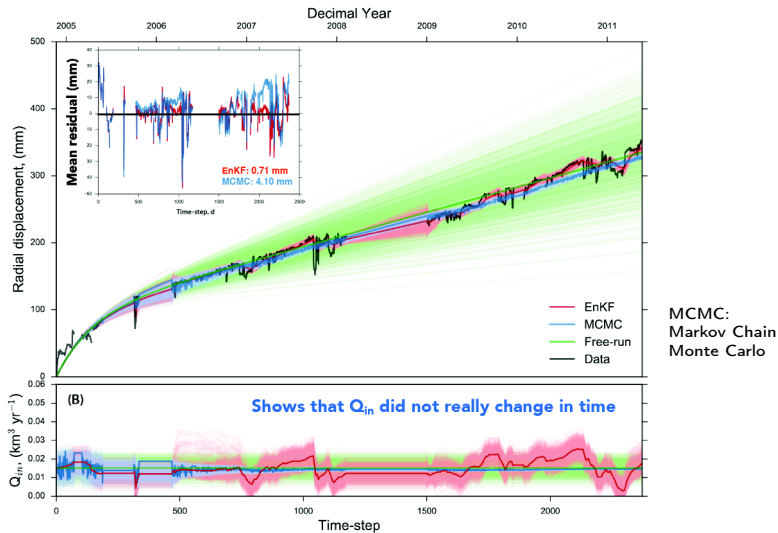


Simulation synthétique: 10 GNSS + InSAR



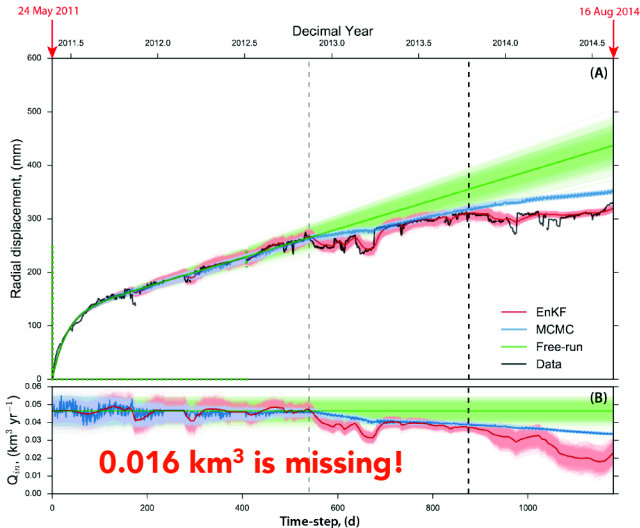
Application au système volcanique Grímsvötn (Islande)

Événement post-éruptif 2011:



Application au système volcanique Grímsvötn (Islande)

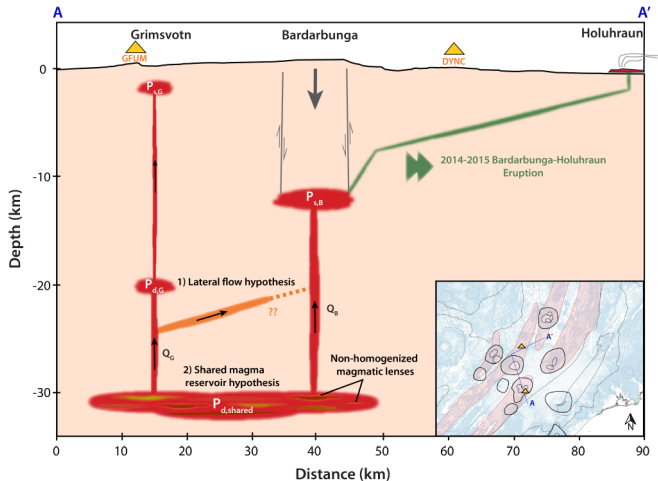
Événement post-éruptif 2014:



Bato et al. 2018

Application au système volcanique Grímsvötn (Islande)

Qu'est-ce qui s'est passé avec cette diminution de flux d'alimentation magmatique (Q_{in}) ?



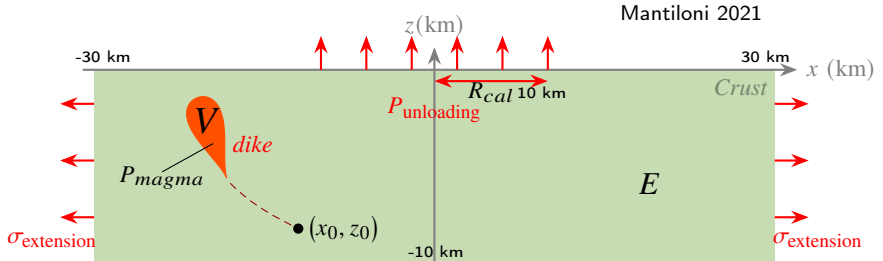
Bato 2018

Conclusions

- L'assimilation de données permettant de suivre de façon efficace l'évolution des surpressions dans les chambres magmatiques
⇒ perspective de surveillance en temps réel
- Résolution spatiale/temporelle adéquate des mesures de déplacement
⇒ utilisation jointe InSAR et GNSS
- Comparaison MCMC/EnKF:
 - ▶ MCMC: convergence plus rapide
 - ▶ EnKF: possible de suivre le système dynamique (e.g. Q_{in} , a_d)

Prédiction du timing et de la localisation de l'éruption

Modèle dynamique: 2D Caldeira sous contrainte extensive



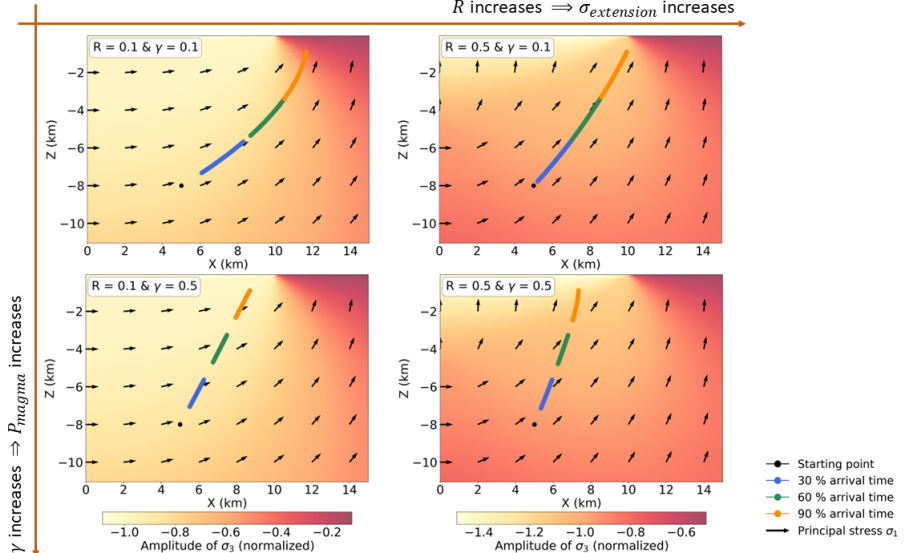
$P_{unloading}$: à cause de la formation de la caldeira, 15 MPa $\sim$ 500 m de profondeur

Paramètres du modèle

- Position de départ (x_0, z_0)
- $R = \frac{P_{extension}}{P_{unloading}}$, $0 < R < 1$
- $\gamma = \frac{P_{magma}}{P_{unloading}}$, $0 < \gamma < 1$
- Viscosité de magma μ ($100 Pa.s < \mu < 1000 Pa.s$)
- Rigidité de la croûte E ($10^9 Pa < E < 10^{10} Pa$)
- Volume de magma V ($5 \times 10^6 m^3 < V < 5 \times 10^{10} m^3$)

Modèle dynamique: trajectoire du magma

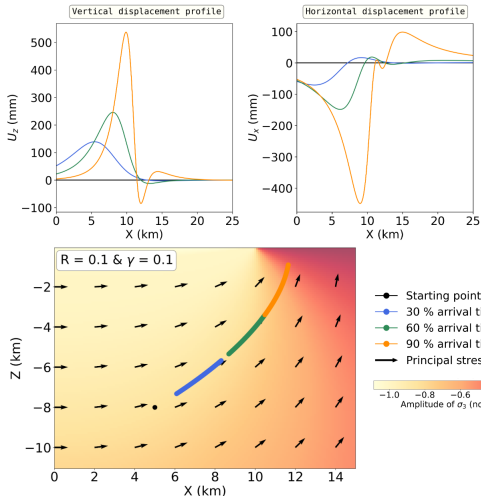
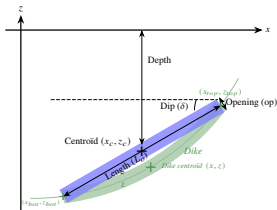
R increases $\Rightarrow \sigma_{extension}$ increases



Modèle dynamique: déplacement de surface

Modèle Okada:

- demi-espace élastique
- source rectangulaire de taille finie
- paramètres géométriques et amplitude de la dislocation



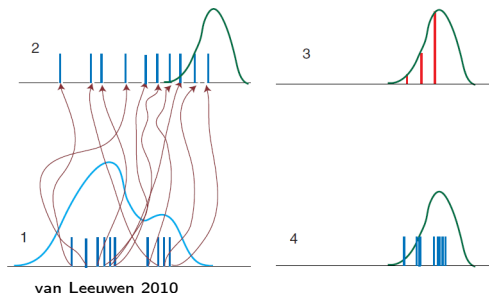
Filtre particulaire

Méthode de Monte Carlo séquentielle: approximation de la densité de probabilité à postériori du modèle en s'appuyant sur le théorème de Bayes.

$$p(x_k|y_k) \approx \sum_{i=1}^n w_{k,i} \delta(x_k - x_{k,i})$$

$$w_{k,i} \propto p(y_k|x_{k,i})$$

avec i indice de particule et k indice du temps



- * barres verticales: particules
- * courbe bleue: distribution a priori du modèle
- * courbe verte: distribution des observations
- * 1 → 2: forecast
- * 2 → 3: analyse
- * 3 → 4: rééchantillonnage

Filtre particulaire

- Forecast: propagation du modèle

$$x_{k,i} \sim p(x_k | x_{k-1,i})$$

- Analyse: mise à jour du poids

$$w_{k,i} \propto p(y_k | x_{k,i})$$

cas d'erreurs d'observations gaussiennes:

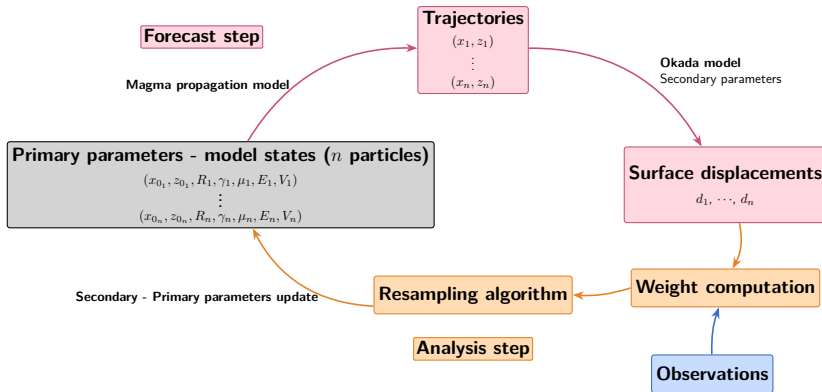
$$p(y_k | x_k) = A \exp \left[-\frac{1}{2} (y_k - H(x_k))^T R^{-1} (y_k - H(x_k)) \right]$$

↪ dégénérescence: un petit nombre de particules dominants

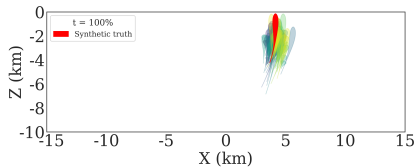
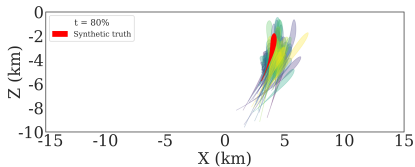
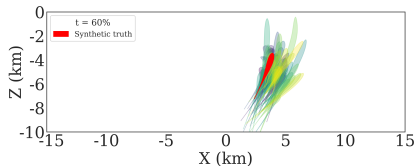
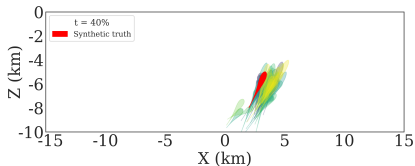
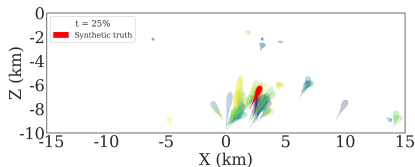
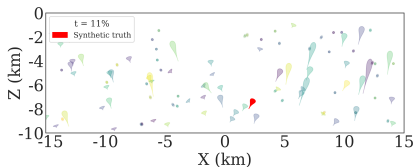
- Rééchantillonnage
 - ▶ Multinomial
 - ▶ Stratifié
 - ▶ Systématique
 - ▶ Résiduel

Le choix dépend de l'efficacité du calcul et de la réduction de variance.

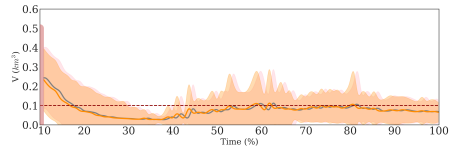
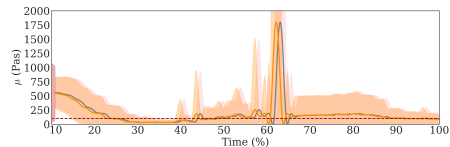
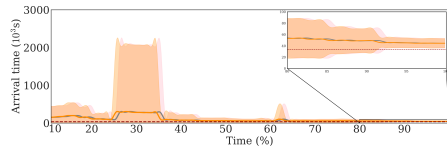
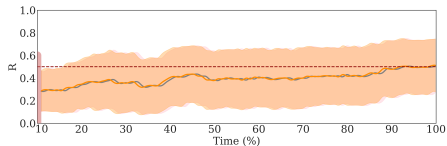
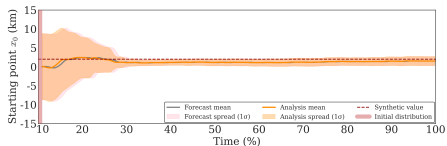
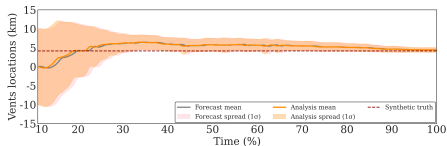
Cycle d'assimilation



Évolution des trajectoires



Capacité prédictive



Impact des paramètres d'assimilation

Résumé des *Mean Normalized Absolute Error*

$$\text{MNAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{x}_i - x|}{\max(x_{\min} - x, x_{\max} - x)}$$

	nombre de particules			fenêtre d'assimilation			quantité d'observations		
	50	100	300	1%	2%	5%	30	15	5
x_f	0.414	0.011	0.029	0.011	0.044	0.047	0.043	0.02	0.108
t_e	1.457	0.11	0.09	0.11	0.063	0.18	0.109	0.089	0.541
x_0	0.114	0.024	0.006	0.024	0.089	0.092	0.057	0.053	0.11
z_0	0.435	0.3	0.348	0.3	0.403	0.368	0.455	0.282	0.372
R	0.6	0.1	0.0	0.1	0.1	0.35	0.2	0.1	0.2
μ	0.018	0.059	0.028	0.059	0.041	0.001	0.004	0.027	0.093
V	0.066	0.132	0.063	0.132	0.06	0.009	0.035	0.043	0.062

- Nombre de particules approprié: 100
- Fenêtre d'assimilation adéquate: < 5% du temps de propagation de la particule de référence (< 5h)
- Quantité d'observation minimale: 15 (la répartition impacte peu avec > 15 observations)

Comparaison des schémas d'échantillonnage

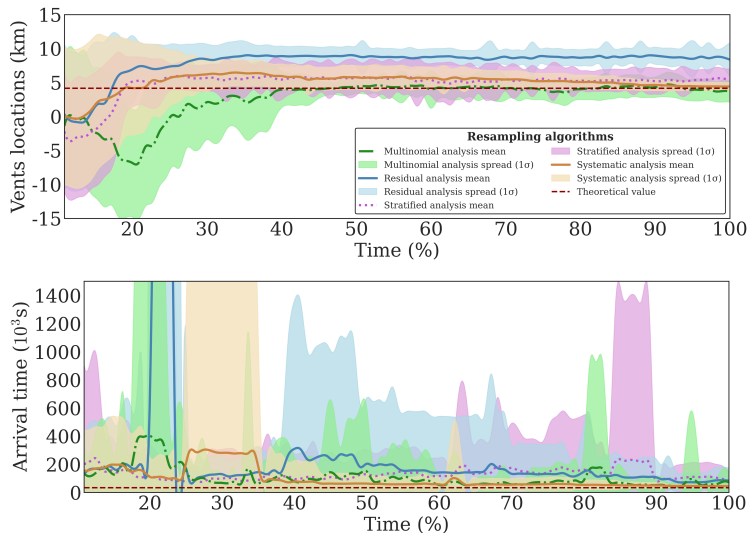


Schéma d'échantillonnage systématique plus performant pour cette application.

Conclusions

- Preuve de concept confirmée
- Nécessité des observations de résolution temporelle élevée (disponibilité dans l'ordre des heures)
- Plus de contraintes physiques indispensables pour mieux estimer certains paramètres physiques clés
- Étape suivante: modèle 3D, données réelles